Cvičení 4

1. Odvoďte vzorec pro úhlovou vzdálenost mezi dvěma hvězdami zadanými rovníkovými souřadnicemi 2. druhu! viz též Stellarium
2. Stellarium - pohyb hvězd po nebeské sféře na pólu, na rovníku,. . .
3. Poloměr dráhy Neptunu $\approx$ 30 a.u. Jak dlouhá je přibližně jeho oběžná doba kolem Slunce?
4. Jak se liší rychlost Země v perihelu a afelu? Poměr V_a/V_p? Přesný výpočet ($GM_\odot = 1.3727124382 \times 10^{20}\mathrm{m}^3\mathrm{s}^{-2}$, $e = 0.0167$).
5. Poloměr dráhy Venuše je 0.721 a.u. Jaká je její oběžná doba T_V? Jaká je její synodická perioda? $S_V = \frac{1}{T_V} - \frac{1}{T_Z}$

Cvičení 4

Výpočet polohy družice ve dráze ze zadaných keplerovských elementů

- $\mu = GM = 398600.44 \times 10^9 \mathrm{m}^3\mathrm{s}^{-2}$
- $a = 12271.150\mathrm{km}$
- $e = 0.0045$
- $i = 109.82^\circ$
- $\Omega = 220.54^\circ$
- $\omega = 231.28^\circ$
- $\tau = 0\mathrm{h}$
- $t = 1\mathrm{h}$

Určení polohy v rovině dráhy
rekapitulace

1. Střední anomálie M (3. Keplerův zákon)

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}, \quad \text{úhlová rychlost}$$

$$M = n(t - \tau),\ M = M_0 + n(t - t_0), \quad \text{střední anomálie}$$

2. Řešení Keplerovy rovnice (postupnými aproximacemi)

$$E = M + e \sin E$$

3. Vyjádření průvodiče r jako funkce excentrické anomálie E

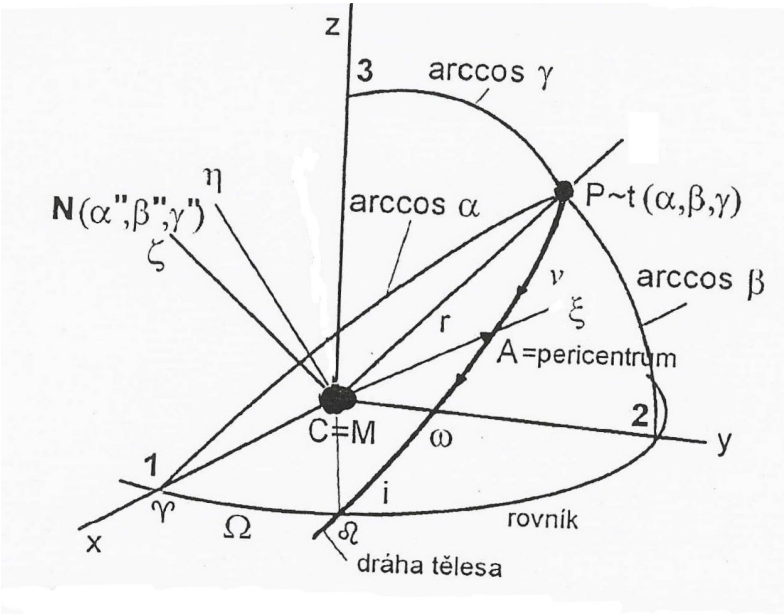
$$r = a(1 - e \cos E)$$

4. pravá anomálie v

$$v = 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \right)$$

poloha v prostoru

rotační matice nezávislá na čase



poloha v prostoru

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathbf{R}_\tau \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R}_\tau = \mathbf{Z}(-\Omega)\mathbf{X}(-i)\mathbf{Z}(-\omega)$$

složky rychlosti

$$\frac{p}{c}\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \mathbf{R}_\tau \begin{pmatrix} -\sin v \\ e + \cos v \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{p}{c} = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \text{ neboť } p = \frac{c^2}{\mu}$$

Cvičení 4

Určení Keplerovských elementů z polohového vektoru a vektoru rychlosti v čase t

$$\vec{r} = [x, y, z]^T \text{ a } \dot{\vec{r}} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T \qquad r = |\vec{r}|, \qquad V = |\dot{\vec{r}}|$$

$$V^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \rightarrow a \quad \text{velká poloosa}$$

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}, \quad \text{úhlová rychlost}$$

$$\vec{r} = a \begin{pmatrix} \cos E - e \\ \sqrt{1 - e^2} \sin E \end{pmatrix} \qquad \dot{\vec{r}} = \frac{na^2}{r} \begin{pmatrix} -\sin E \\ \sqrt{1 - e^2} \cos E \end{pmatrix}$$

$r = a(1 - e \cos E) \rightarrow e \cos E = \frac{a-r}{a}$

$\vec{r}.\dot{\vec{r}} = \sqrt{a\mu} e \sin E \rightarrow \; e, \; E, \; v$

$\vec{c} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \frac{1}{|c|} [\sin \Omega \sin i, -\cos \Omega \sin i, \cos i]^T$

$\vec{k} = [\cos \Omega, \sin \Omega, 0]^T, \quad \vec{r}.\vec{k} = r \cos(\omega + v), \vec{r}.\vec{X_3} = r \sin i \sin(\omega + v)$