Cvičení 9

Integrace s poruchovým potenciálem

Gravitační potenciál koule spolu s poruchovým gravitačním potenciálem J_2

$$V = \frac{GM_\oplus}{r}\left(1 - J_2\left(\frac{a_e}{r}\right)^2 P_2(sin(\Phi) + \dots\right)$$

Zrychlení, potažmo síla, je gradient potenciálu.

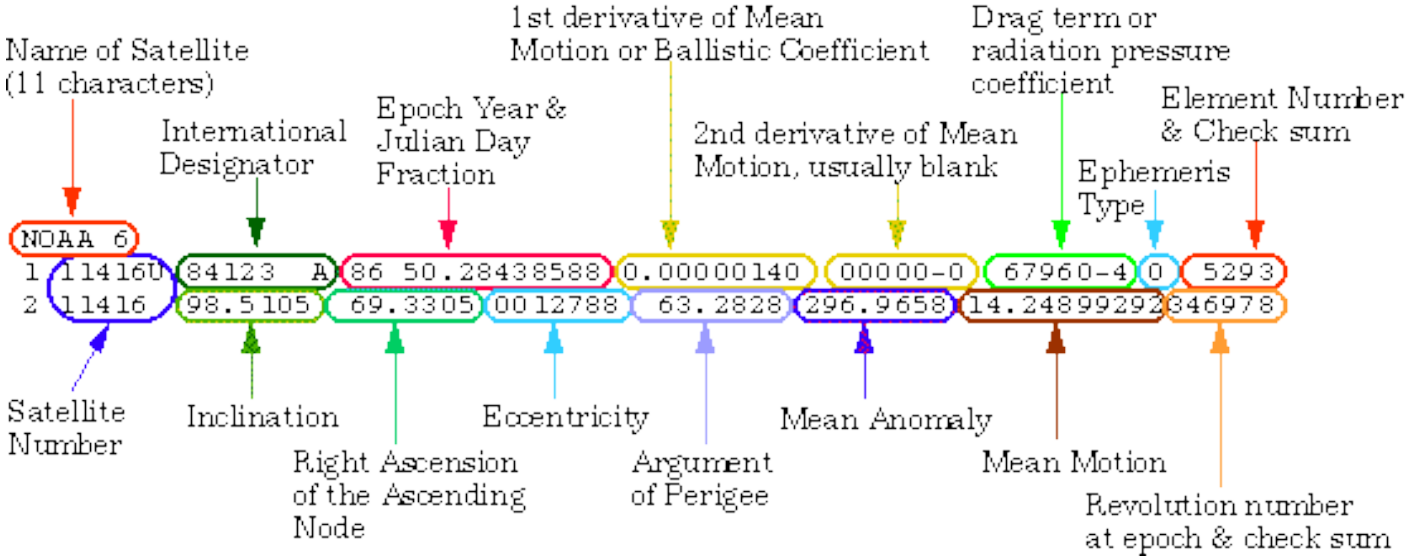
$$\ddot{r} = \nabla V = \frac{\partial V}{\partial x}X + \frac{\partial V}{\partial y}Y + \frac{\partial V}{\partial z}Z$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = GM_\oplus\frac{\partial r^{-1}}{\partial x} = GM_\oplus\frac{\partial(x^2+y^2+z^2)^{-1/2}}{\partial x}$$

$$\ddot{x} = \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{GM_\oplus x}{r^3}\left(1 - J_2\frac{3}{2}\left(\frac{a_e}{r}\right)^2\left(5\frac{z^2}{r^2} - 1\right)\right)$$

$$\ddot{y} = \frac{y}{x}\ddot{x}; \qquad \ddot{z} = -\frac{GM_\oplus x}{r^3}\left(1 + J_2\frac{3}{2}\left(\frac{a_e}{r}\right)^2\left(3 - 5\frac{z^2}{r^2}\right)\right)$$

NORAD Two-Line Elements, NLTE



- https://www.celestrak.com/NORAD/elements/
  https://cs.wikipedia.org/wiki/Dvouřádkové_elementy
- n je v obězích za den. Převod na rad/s $n = 2\pi/86400$
- potom $a = \sqrt[3]{\frac{GM}{n^2}}$

Řešení 2. úlohy

- pro zadanou družici naleznete dvouřadkové elementy dráhy pro epochu pro poslední epochu.
- pro čtení elementů použijeme proceduru `readtwoline.m`
- hledáme první topocentrickou trajektorii po obloze na stanici o zeměpisných souřadnicích φ a λ zeměpisných souřadnicích φ a λ.
- polohu družice v rovníkové soustavě pomocí `rvzelementu.m`
  - střední denní pohyb: je zadán, z něho a $n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}$;
  - střední anomálie při průchodu φ $M = M_0 + n(t - t_0)$;
  - $x = \arcsin \frac{\sin \varphi}{\sin i}$
  - $t = (x - \omega - M_0)/n$ a pro sestupný bod $t = (180 - x - ....)/n$

Řešení 2. úlohy, pokr.

- **Transformace:**
  - z rvzelementu máme pravoúhle souřadnice družice rovníkové 2. druhu (vztaženo k jarnímu bodu)
  - otočení do terestrické soustavy a přechod na topocentrum: máme Greenwichský hvězdný čas S z `uttost.m` a otočíme do SR1 (hodinový úhel t bude odpovídat $-\lambda_d$

Řešení 2. úlohy, pokr.

- $x_{S_{r1}}|_{gr,topo} = \mathbf{Z}(S)x_{S_{r2}}|_{jb,geo} - \vec{\rho}$;
- nyní otestujeme viditelnost, pokud není posuneme čas o obežnou dobu a λ o $\Delta\lambda$.
- až bude vzdálenost po rovnoběžce od druzice k pozorovateli menší než α' spočítáme
- přechod z greenwichské soustavy do lokální: $x_{S_{r1}}|_{\lambda,topo} = \mathbf{Z}(\lambda)x_{S_{r1}}|_{gr,topo}$;
- transformace do obzorníkové: $x_{S_o} = \mathbf{Y}(90^\circ - \varphi)x_{S_{r1}}|_{\lambda,topo} \Rightarrow z, a$.

z x_{S_o} je možno určit azimut a výšku, resp. zenitovou vzdálenost.

Princip určení dráhy planetky

z topocentrických pozorování.

- Známe α_j, δ_j a X_j ... v čase T_j, j=1,2,..k
- Přibližný výpočet. Předpoklad kruhové dráhy. Stačí dvě pozorování.
- Problém: neznáme vzdálenost. Ale víme, že se těleso pohybuje podle Keplerových zákonů.
- směrové kosiny $\lambda_j = \cos\delta_j \cos\alpha_j$, $\mu_j = \ldots$, $\nu_j = \ldots$

$$\begin{aligned} x_j &= \rho_j \lambda_j - X_j, \\ y_j &= \rho_j \mu_j - Y_j, \qquad a^2 = x_j^2 + y_j^2 + z_j^2 \\ z_j &= \rho_j \nu_j - Z_j, \qquad R^2 = X_j^2 + Y_j^2 + Z_j^2 \end{aligned}$$

$$a^2 = \rho_j^2 + R_j^2 - 2\rho_j R_j \cos\psi_j,$$

kde $R_j \cos\psi$ je velikost skalárního součinu $(X_j\lambda_j + \ldots)$

Princip určení dráhy planetky
z topocentrických pozorování. 2

- Máme tedy 2 rovnice pro 3 neznámé ρ_1, ρ_2, a. Potřebujeme ještě jednu nezávislou rovnici.
- Nechť $2f_g = v_2 - v_1$ (rozdíl pravých anomálií, g značí geometrický). Z definice skalárního součinu dostaneme $a^2 \cos(v_2 - v_1) = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$.
- a po úpravách

$$\sin^2 f_g = \frac{1}{2} - \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{2a^2}.$$

- Pro kruhovou dráhu $M = E = v$ a tedy $2f_d = n(T_2 - T_1)$
- a dosazením do 3.K.z. $n^2 a^3 = GM$ dostaneme

$$f_d = \frac{T_2 - T_1}{2} \sqrt{\frac{GM}{a^3}}$$

d značí dynamický.$f_d = f_g$.

Princip určení dráhy planetky
z topocentrických pozorování. 2

- Zvolíme přibližné a a z kvadratické rovnice

$$a^2 = \rho_j^2 + R_j^2 - 2\rho_j R_j \cos\psi_j,$$

určíme průvodiče

$$\rho_j = R_j \cos\psi_j \pm \sqrt{a^2 - R_j^2 \sin^2\psi_j}$$

- pomocí těchto ρ_j určíme x_j, ... Z nich pak f_g a dosazením za f_d dostaneme a po prvním přiblížení. A postup opakujeme. Tím známe dvě 'úplné' polohy a můžeme určit i,Ω...

Cvičení 8

Meteority, radiant dráhy.