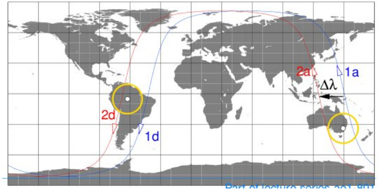
Cvičení - Numerická integrace
Subsatelitní dráha - Ground track



- $\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$, nebo $n^2 a^3 = GM$ a pokud $GM = 398600 \mathrm{km}^3 \mathrm{s}^{-2}$, $n = \frac{2\pi}{T}$ a r_0 =6370km, pak

$$T^2 = \frac{a^3}{r_0^3} \frac{4\pi^2}{GM} r_0^3$$

$$T \approx 5060^s \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{3}{2}} \approx 84.3^m \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{3}{2}}$$

a posun subsatelitního bodu na rovníku za jednu otočku

$$\Delta\lambda = \left(\frac{360^\circ}{1436^m}\right) \times T = 0.2507^\circ \, T[min]$$

Cvičení 9

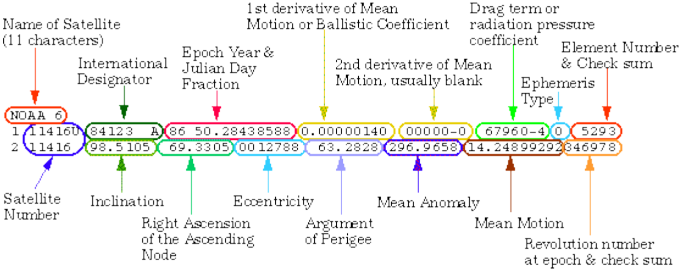
- V jaké výšce musí obíhat UDZ, aby byla stále nad stejným místem na rovníku? (GM=398600km^3 s^{-2} , Země se otočí o 360° za hvězdný den!) (a=42164.15 km)
- Viditelnost družice:
  - na obzoru: $\cos\alpha = \frac{R}{a}$
  - β° nad obzorem: $\cos\alpha' = \frac{R}{a} + \tan\beta \sin\alpha'$

$$\sin\alpha' = \frac{-\tan\beta\frac{R}{a} \pm \sqrt{1 - \frac{R^2}{a^2} + \tan^2\beta}}{1 + \tan^2\beta}$$

$\ldots 1 + \tan^2\beta = \frac{1}{\cos^2\beta}$

$$\sin\alpha' = \left(-\frac{R}{a}\sin\beta \pm \sqrt{1 - \frac{R^2}{a^2}\cos^2\beta}\right)\cos\beta$$

NORAD Two-Line Elements, NLTE



- https://www.celestrak.com/NORAD/elements/
  https://cs.wikipedia.org/wiki/Dvouřádkové_elementy
- n je v obězích za den. Převod na rad/s $n = 2\pi/86400$
- potom $a = \sqrt[3]{\frac{GM}{n^2}}$

Řešení 2. úlohy

- pro zadanou družici nalezněte dvouřadkové elementy dráhy pro poslední epochu.
- pro čtení elementů použijeme proceduru `readtwoline.m`
- pomocí procedury `gpredict` nalezněte čas průchodu družice nad zadaným místem (Praha a zeměpisných souřadnicích $\varphi = 50.1^\circ$ a $\lambda = 14.25^\circ$.
- polohu družice v rovníkové soustavě pomocí `rvzelementu.m`
  - střední denní pohyb: je zadán, z něho a $n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}$;
  - střední anomálie při průchodu φ $M = M_0 + n(t - t_0)$;
  - $x = \arcsin \frac{\sin \varphi}{\sin i}$
  - $t = (x - \omega - M_0)/n$ a pro sestupný bod $t = (180 - x - ....)/n$

Řešení 2. úlohy, pokr.

- **Transformace:**
  - z rvzelementu máme pravoúhle souřadnice družice rovníkové 2. druhu (vztaženo k jarnímu bodu)
  - otočení do terestrické soustavy a přechod na topocentrum: máme Greenwichský hvězdný čas S z `uttost.m` a otočíme do SR1 (hodinový úhel t bude odpovídat $-\lambda_d$

Řešení 2. úlohy, pokr.

- $x_{S_{r1}}|_{gr,topo} = \mathbf{Z}(S)x_{S_{r2}}|_{jb,geo} - \vec{\rho}$;
- nyní otestujeme viditelnost, pokud není posuneme čas o obežnou dobu a λ o $\Delta\lambda$.
- až bude vzdálenost po rovnoběžce od druzice k pozorovateli menší než α' spočítáme
- přechod z greenwichské soustavy do lokální: $x_{S_{r1}}|_{\lambda,topo} = \mathbf{Z}(\lambda)x_{S_{r1}}|_{gr,topo}$;
- transformace do obzorníkové: $x_{S_o} = \mathbf{Y}(90^\circ - \varphi)x_{S_{r1}}|_{\lambda,topo} \Rightarrow z, a$.

z x_{S_o} je možno určit azimut a výšku, resp. zenitovou vzdálenost.

výslednou dráhu nad obzorem porovnejte s výsledkem z programu gpredict.

Numerická integrace pohybových rovnic

- Numerickou integrací pohybových rovnic s poruchovým potenciálem J_2^0 (Země jako elipsoid) v systému `MATLAB/Octave`
-

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + R$$

$$R_2^0 = -\frac{GMa_e^2}{r^3} J_2^0 P_2^0(\sin\Phi)$$

$$P_2^0(sin\Phi) = P_2^0(z) = \frac{3}{2}z^2 - \frac{1}{2}$$

- procedura numerické integrace oda23 nebo oda45
- výsledek porovnáme s $\dot{\Omega}$ z Lagrangeových planetárních rovnic

$$\dot{\Omega} == \frac{3\sqrt{5}n}{2} \frac{J_2^0}{(1-e^2)^2} \frac{a_e^2}{a^2} \cos i$$